تبسيط الدوال البوليانية
بطريقة مخططات كارنو:

ان مخططات كارنو طريقة لاختصار التعابير البوليانية معينة في الحالات التي يكون فيها عدد المتغيرات لا يتجاوز أربع متغيرات.

ان طريقة مخططات كارنو تعطي العبارة الأصغر لكثيرة حدود بوليانية بعد وضع كثيرة الحدود f على شكل مجموع جداءات قانونية أي كتابة كثيرة الحدود بالصورة الكاملة.

* ان عمل مخططات كارنو لكثير حدود بوليانية f عدد متغيراتها m هو 2^m مربعاً حيث أننا نرسم جدولاً على شكل شبكة مكونة من 2^m مربعاً صغيراً ولكل مربع يمثل وحيد في كثيرة الحدود

	q	q'
p		
p'		

• مخطط كارنو من أجل متغيرين

	qr	q'r	q'r'	qr'
p				
p'				

• من أجل 3 متغيرات p، q، r
$2^3=8$

• في حالة 4 متغيرات p,q,rt
$2^4=10$

	rt	rt'	r't'	r't
pq				
pq'				1
p'q'			1	
pq				

$f = pq'r't + p'q'r't'$

ما هي الخوارزميات التي يتم فيها التطويق؟

وفيما يلي خوارزميات لاستخدام مخططات كارنو لكثيرة الحدود ذات 4 متحولات أو أقل وذلك من أجل إيجاد المخطط الأصغري لها.

1- تطويق كل واحد معزول

2- نوجد كل واحد لجاور واحد آخر ونطوقه مع جاره الوحيد.

3- نوجد كل مستطيل مكون من أربعة مربعات واحد متجاورة ونطوق المربعات الأربعة

إذا كان بين هذه المربعات واحد على الأقل لم يطوق بعد (أما إذا كانت جميع مربعات المستطيل قد طوقت من قبل مع مجاورها فلا حاجة لتطويق هذا المستطيل)

4- نوجد كل مستطيل مكون من ثمانية مربعات فيها واحد متجاورة ونطوق مربعات هذا المستطيل إذا كان بين مربعاته واحد على الأقل لم يطوق

5- نطوق كل مربع يحوي الواحد يقع مع أكبر مستطيل مكون من 2 أو 4 أو 8 مربعات ينتمي إليه ذلك المربع ونتوقف عندما يكون كل مربع مكون من الواحد في المخطط قد طوق.

6- لكل منطقة مطوقة نشكل جداء العناصر المشتركة لذوات الحد المقابلة لمربعات هذه المنطقة.

بأخذ المجموع البولياني لهذه الجداءات فنحصل على الصيغة الأصغرية لكثير الحدود والتي نرمز لها بالرمز Msp(f)

ملاحظة: أثناء عملية التطويق لم يتم التطرق لأي مستطيل يتألف من 3 مربعات أو 5 يحوي الواحد.

تعريف ((مهم)) : إذا كان R مستطيلاً في مخطط كارنو للدالة f فإننا نقول أن R مستطيل أساسي إذا كان R هو من أحد الأنواع التالية:

1x1 ، 1x2 ، 2x1 ، 2x2 ، 1x4 ، 4x1
2x4 ، 4x2 ، 4x4 ، ،

والمستطيل الأساسي يكون أعظمياً إذا لم يوجد مستطيل أساسي يحويه

أمثلة: باستخدام مخططات كارنو أوجد العبارة الأصغرية لشبكة الحدود البوليانية بعد كتابة شبكة الحدود البوليانية.

[1] $f = A'BC + AB'C + A'B'C' + AB'C'$

$2^3 = 8$

	BC	BC'	B'C'	B'C
A			1	1
A'	1		1	

مستطيل أعظمي

$MSP(f) = A'BC + B'C' + AB'$

[2] $f = xyz + xyz' + xy'z + x'yz + x'yz' + xy'z'$

	yz	yz'	y'z'	y'z
x	1	1	1	1
x'	1	1		

$MSP(f) = x + y$

مهم [3] اكتب شبكة الحدود المعطاة بجدول كارنو ثم أوجد العبارة الأصغرية لها.

	yz	yz'	y'z'	y'z
x	1		1	1
x'	1	1		1

$f = xyz + xy'z' + xy'z + x'yz + x'yz' + x'y'z$

$msp(f) = z + x'y + xy'$

4 نفس السؤال السابق: $2^4 = 16$

	AB	AB'	A'B'	A'B
CD	1			
CD'			1	1
C'D'			1	1
C'D				

$f = CDAB + CD'A'B' + CD'A'B + C'D'A'B + C'D'A'B'$

$msp(f) = CDAB + D'A'$

5 لديا لشرة الحدود البوليانية المعنلة بجدول كارنو أوجد العبارة الأصغرية لها.

هل هذه العبارة وحيدة؟؟

	AB	AB'	A'B'	A'B
CD		1	1	
CD'			1	
C'D'			1	1
C'D				

$f = CDAB' + CDA'B' + CD'A'B' + C'D'A'B' + C'D'A'B$

$msp(f) = B'CD + AB'C + A'C'D'$

أو

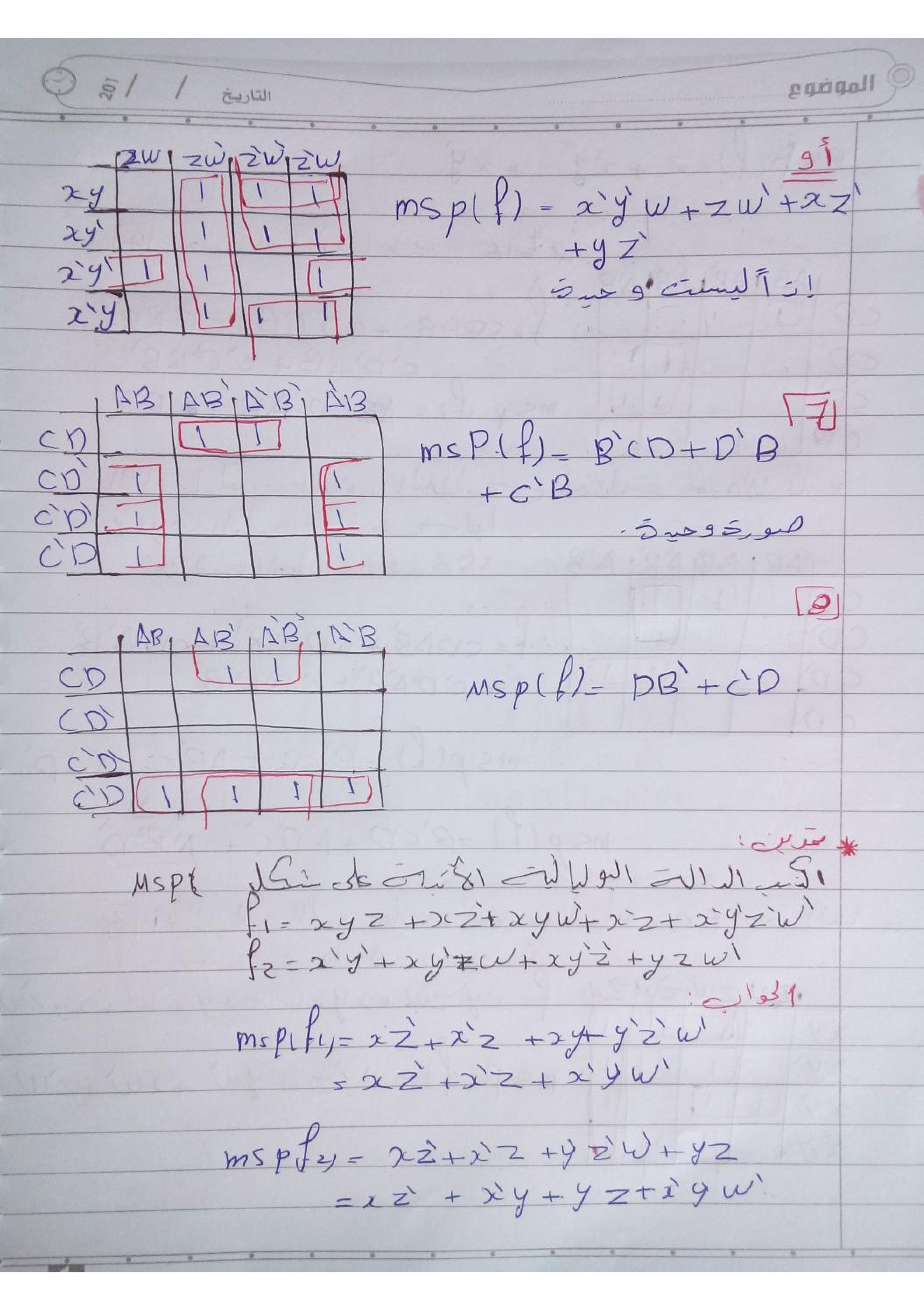
$msp(f) = B'CD + A'D'C' + A'B'D'$

6 أكتب لشرة الحدود على شكل جدول كارنو ثم أوجد العبارة الأصغرية، هل هي وحيدة؟

	zw	zw'	z'w'	z'w
xy		1	1	1
xy'		1	1	1
x'y'	1	1		1
x'y		1	1	1

$f = x'y'zw + xyzw' + xyz'w' + xyz'w$

$msp(f) = x'y'z + yw' + xw' + z'w$



و

	zw	zw'	z'w'	z'w
xy		1	1	1
xy'		1	1	1
x'y'	1	1		1
x'y		1	1	1

$msp(f) = x'y'w + zw' + xz' + yz'$

إذاً ليست وحيدة

ز

	AB	AB'	A'B'	A'B
CD		1	1	
CD'	1			1
C'D'	1			1
C'D	1			1

$msP(f) = B'CD + D'B + C'B$

صورة وحيدة.

ح

	AB	AB'	A'B'	A'B
CD		1	1	
CD'				
C'D'				
C'D	1	1	1	1

$msp(f) = DB' + C'D$

* تمرين:

اكتب الدالتين البوليانيتين الآتيتين على شكل MSP

$f_1 = xyz + xz' + xyw' + x'z + x'y'z'w'$

$f_2 = x'y' + xy'zw + xy'z' + yzw'$

الجواب:

$msp(f_1) = xz' + x'z + xy + y'z'w'$

$= xz' + x'z + x'yw'$

$msp(f_2) = xz' + x'z + yz'w + yz$

$= xz' + x'y + yz + x'yw'$